

โครงร่างวิทยานิพนธ์

ชื่อเรื่อง (ภาษาไทย)	การคำนวณบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดบนวัตถุหลายเหลี่ยมในสองและสามมิติด้วยนิ้วจับสองนิ้ว
ชื่อเรื่อง (ภาษาอังกฤษ)	OPTIMAL INDEPENDENT CONTACT REGION FOR 2D AND 3D POLYGONAL OBJECT GRASPING BY TWO SOFT FINGERS
เสนอโดย	นาย ชัยชนะ นิลวัชรารัง
รหัสประจำตัว	507 06841 21
สาขาวิชา / ภาควิชา	วิศวกรรมคอมพิวเตอร์ / วิศวกรรมคอมพิวเตอร์
คณะ	วิศวกรรมศาสตร์
สถานที่ติดต่อ	ภาควิชาคอมพิวเตอร์ วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
โทรศัพท์	08-5807-2631
E-Mail	Chaichana.n@gmail.com
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผศ. ดร.อรรถวิทย์ สุดแสง attawith@cp.eng.chula.ac.th

การคำนวณบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดบนวัตถุหลายเหลี่ยมในสองและสามมิติด้วยนิ้วจับสองนิ้ว

(OPTIMAL INDEPENDENT CONTACT REGION FOR 2D AND 3D POLYGONAL
OBJECT GRASPING BY TWO SOFT FINGERS)

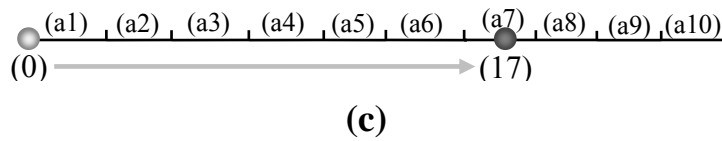
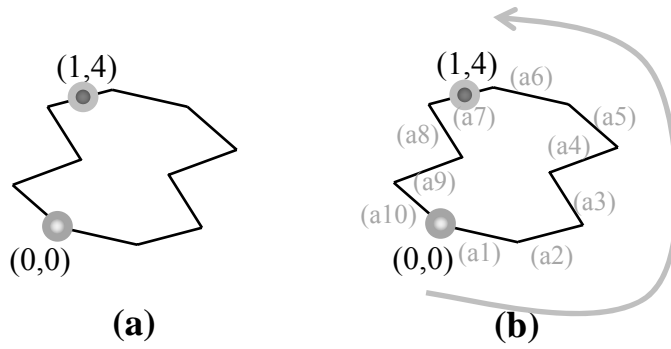
นาย ชัยชนะ นิลวัชรารัง

1. ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การที่หุ่นยนต์และเครื่องจักรทางอุตสาหกรรมจะสามารถทำงานได้นั้น จำเป็นที่ต้องมีความสามารถหลายๆอย่างที่จะช่วยให้มันสามารถทำงานได้บรรลุวัตถุประสงค์ เช่น ความสามารถในการรู้จำสิ่งของ เพื่อเป็นข้อมูลในการตัดสินใจ, ความสามารถในการเคลื่อนที่ และอีกความสามารถที่สำคัญอีกประการหนึ่ง ได้แก่ ความสามารถในการหยิบจับสิ่งของ เช่น หุ่นยนต์ในอุตสาหกรรมประกอบรถยนต์ซึ่งถูกใช้สำหรับหยิบจับชิ้นส่วนเพื่อทำการประกอบรถยนต์ เป็นต้น การหยิบจับสิ่งของเป็นเรื่องที่มีผู้ทำวิจัยทางด้านนี้อยู่เป็นจำนวนมาก และมีการศึกษาในหลายแง่มุม เริ่มตั้งแต่การออกแบบแขนกลและมือกลที่เหมาะสมกับการจับ, วิธีเคลื่อนที่ของมือกลเพื่อเข้าไปจับวัตถุอย่างไรให้แม่นยำและสามารถหลบสิ่งกีดขวางได้, อัลกอริทึมที่สามารถคำนวณท่าจับได้รวดเร็ว และองค์ความรู้ในด้านอื่นที่เสริมความสามารถของการจับให้ดียิ่งขึ้นและใช้งานได้ง่ายขึ้น

เมื่อศึกษาในรายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับการจับ ก็จะพบว่าแค่เพียงคำนวณว่ามีมือกลสามารถจับวัตถุที่จุดใดแล้วจะจับติดได้นั้น ยังไม่เพียงพอ เนื่องจากในทางปฏิบัติ มือกลไม่สามารถที่จะวางนิ้วลงที่จุดจับตามที่ได้คำนวณไว้อย่างแม่นยำเสมอไป ไม่ว่าจะจากสาเหตุของความคิดพลาดในการควบคุม และระดับความแม่นยำที่จำกัดของมือจับหรือข้อมูลรูปร่างและลักษณะของผิวสัมผัสที่ผิวสัมผัสที่ผิวสัมผัสการจับทั้งสิ้น ถึงแม้ว่าจะสามารถจับวัตถุได้แล้ว แต่เมื่อหุ่นยนต์เคลื่อนที่หรือทำการเคลื่อนย้ายวัตถุการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นก็อาจจะทำให้วัตถุขยับจนหลุดออกจากสมดุลในที่สุด จากปัญหาดังกล่าว จึงนำมาสู่การศึกษาเรื่องบริเวณสัมผัสอิสระ (Independent contact region) ซึ่งเป็นเรื่องที่ว่าด้วยบริเวณที่นิ้วจับสามารถคลาดเคลื่อน แต่ยังคงทำให้จับวัตถุได้อยู่ ด้วยการคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระ ผลการคำนวณที่ได้สามารถช่วยประกอบการตัดสินใจว่าท่าจับที่จะใช้นั้นมีความเสี่ยงต่อความผิดพลาดมากน้อยเพียงใด จะจับด้วยท่าจับนั้นดีหรือไม่ เป็นต้น

ความซับซ้อนของปัญหาเรื่องบริเวณสัมผัสอิสระ จะขึ้นอยู่กับลักษณะงานที่ทำการศึกษา รวมถึงอัลกอริทึมและแนวคิดที่ใช้สำหรับแก้ปัญหาต่างๆ อย่างเช่นการจับวัตถุในสองมิติด้วยนิ้วจับสองนิ้ว เป็นที่แน่ชัดว่าคำตอบจะต้องเป็นบริเวณที่นิ้วจับสามารถวางลงไปบนผิววัตถุ ระบบพิกัดในการแทนที่ตำแหน่งของปลายนิ้วเทียบกับผิววัตถุ จะเป็นสิ่งที่มีผลต่อความซับซ้อนของปัญหา เช่น การใช้พิกัด (x,y) แทนที่ตำแหน่งบนสองมิติโดยตรง จะทำให้จำนวนตัวแปรในระบบมีอย่างน้อยสี่ตัวแปร ซึ่งก็คือตำแหน่งปลายของนิ้วแต่ละนิ้ว แต่ถ้ามองผิววัตถุเป็นเส้นตรงเส้นเดียวที่นำมาขดเป็นผิวของวัตถุอื่นๆ จะทำได้ใช้ตัวแปรเพียงสองตัวในการอธิบายตำแหน่งการวางนิ้วทั้งสองได้ สำหรับการจับที่ใช้จำนวนนิ้วจับมากขึ้น หรือกรณีการจับในสามมิติ ก็จะมีตัวแปรในระบบปัญหามากขึ้นไปด้วย ตามจำนวนนิ้วจับและระบบพิกัดที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหา

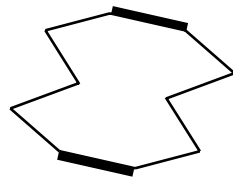


รูปที่ 1 ระบบพิกัด (a),(b) ระบบพิกัดยุคผลิตสองมิติ

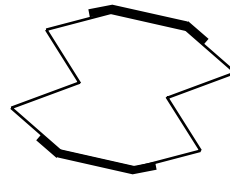
(c) การแทนที่ระบบพิกัดยุคผลิตสองมิติด้วย ระบบพิกัดยุคผลิตหนึ่งมิติ ส่วนของเส้นตรง a_n ในรูป (b) ก็จะเป็นส่วนของเส้นตรง a_n ในรูป (c)

ลักษณะของนิว้จ๊ับก็เป็นตัวการสำคัญที่มีผลต่อความซับซ้อนของปัญหา นิว้จ๊ับที่ไม่มีแรงเสียดทาน จะสามารถออกแรงได้ในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสแนวเดียวเท่านั้น แต่นิว้จ๊ับที่สามารถออกแรงเสียดทานได้นั้น แรงที่นิว้จ๊ับสามารถสร้างได้ จะเป็นผลรวมระหว่างแรงของนิว้จ๊ับที่กระทำในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสและแรงเสียดทานที่เกิดขึ้น ทุกๆแรงที่เป็นไปได้ล้วนแต่มีผลต่อการหาคำตอบ และกรรมของการจับในสามมิตินั้น กรวยแรงที่เกิดขึ้นจากแรงของนิว้จ๊ับและแรงเสียดทาน ไม่สามารถอธิบายเป็นปัญหาเชิงเส้นได้ (Non-linear problem) ทำให้การคำนวณการจับที่มีแรงเสียดทานบนพื้นผิววัตถุสามมิตินั้นมีความซับซ้อนมาก

จากความซับซ้อนของปัญหาที่ได้กล่าวมา จะพบว่างานวิจัยที่คำนวณบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดนั้น ยังไม่สามารถรับประกันได้ว่าคำตอบที่คำนวณได้จะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดเสมอไป สำหรับงานที่ใกล้เคียงจะมุ่งแก้ปัญหาโดยคำนวณบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดรอบๆจุดจับที่กำหนดให้เท่านั้น แต่ไม่ได้หมายความว่าจุดจับที่กำหนดจะให้คำตอบเป็นบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุด ทำให้การหาบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดจะต้องไล่ทำการคำนวณทุกๆด้านที่เป็นไปได้ ถึงจะสามารถรับประกันว่าจะสามารถหาบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดบนวัตถุนั้นได้จริงๆ โดยทั่วไป การคำนวณบริเวณสัมผัสอิสระจะทำการประมาณพื้นผิวของวัตถุที่จะจับ ซึ่งอาจจะมีผิวโค้งหรือรายละเอียดที่มากจนทำให้การคำนวณทำได้ช้า สำหรับวัตถุในสองมิติจะทำการประมาณเป็นรูปหลายเหลี่ยมประกอบไปด้วยส่วนของเส้นตรงย่อยๆ และประกอบจากแผ่นระนาบในกรณีวัตถุสามมิติ



(a)



(b)

รูปที่ 2 บริเวณสัมผัสอิสระ (a) กรณีไม่รวมผิวย่อยที่บางส่วนเป็นคำตอบของบริเวณสัมผัสอิสระ

(b) กรณีรวมผิวย่อยที่บางส่วนเป็นคำตอบของบริเวณสัมผัสอิสระ

อัลกอริทึมสำหรับคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระบนวัตถุสองมิตินั้น ยังไม่มีวิธีใดที่สามารถรับประกันได้ว่าคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด และอัลกอริทึมสำหรับการคำนวณบนสองมิติก็ไม่แน่นอนเสมอไปว่าจะสามารถนำมาใช้ได้จริงสำหรับวัตถุจริงในสามมิติ ส่วนกรณีของวัตถุสามมิตินั้น ก็ยังมีผู้พัฒนาอัลกอริทึมสำหรับใช้คำนวณเอาไว้ผู้น้อยและยังไม่มีวิธีใดที่สามารถรับประกันว่าคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด และมีข้อที่มีนิ้วจับสองนิ้วก็เป็นมือจับที่ถูกใช้จริงเป็นจำนวนมาก การคำนวณบริเวณสัมผัสอิสระจึงเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ วิทยานิพนธ์นี้จึงมีเป้าหมายที่จะพัฒนาอัลกอริทึมสำหรับการคำนวณบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดของการจับด้วยนิ้วแบบนิ่มจำนวนสองนิ้วบนวัตถุสองมิติและสามมิติ เพื่อที่จะเป็นแนวทางสำหรับการนำไปใช้จริงต่อไป

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ก่อนที่จะสามารถศึกษาเรื่องบริเวณสัมผัสอิสระได้นั้น ก็ควรที่จะต้องรู้จักมือจับแบบต่างๆ ไปจนถึงนิยามของการจับและบริเวณสัมผัสอิสระ

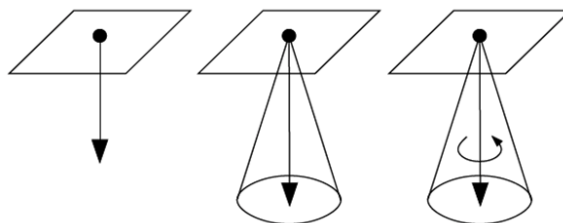
2.1 มือจับ

งานวิจัยเกี่ยวกับการจับ เป็นสาขาที่มีความสำคัญมากสาขาหนึ่งในงานวิจัยทางด้านวิทยาการหุ่นยนต์ องค์ประกอบที่สำคัญของงานวิจัยทางด้านนี้คือมือหุ่นยนต์ มือหุ่นยนต์ถูกสร้างและพัฒนาขึ้นโดยมีจุดประสงค์หลักเพื่อนำมาใช้ในการจัดการกับวัตถุ และมือจับที่มีลักษณะคล้ายกับมือมนุษย์ก็เป็นสิ่งที่ได้รับความสนใจค่อนข้างมากเพราะถ้าสามารถทำมือจับที่มีลักษณะเหมือนกับมือมนุษย์ได้แล้ว หุ่นยนต์ก็จะสามารถใช้อุปกรณ์ที่ประดิษฐ์มาเพื่อให้มนุษย์ใช้งานได้โดยไม่ต้องปรับปรุงเปลี่ยนแปลงอุปกรณ์นั้นๆ ให้เหมาะกับการทำงานของมือจับแต่ละประเภทที่จะนำมาใช้งาน มือหุ่นยนต์ที่จัดว่าเป็นมือต้นแบบที่ออกแบบมาให้คล้ายมือของมนุษย์ก็คือ มือยูทาส์และเอ็มไอที [2] เป็นมือที่มีสี่นิ้ว แต่มีขนาดใหญ่เนื่องจากตำแหน่งของตัวกำเนิดแรงของนิ้ว (actuator) อยู่ภายนอกมือหุ่นยนต์ มือโรโบนอท [3] เป็นมือที่มีห้านิ้ว ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อการใช้งานในอวกาศ โดยมีตำแหน่งของ

ตัวกำเนิดแรงของนิ้วอยู่ภายนอกเช่นเดียวกับมือยูทาทาร์และเอ็มไอทีแต่มีขนาดเล็กกว่า มือดีแอลอาร์สอง [4] เป็นมือรุ่นที่สองของมือดีแอลอาร์ มีนิ้วจำนวนสี่นิ้ว ใช้มอเตอร์ซึ่งอยู่ภายในมือเป็นตัวกำเนิดแรงให้กับนิ้ว ทำให้ขนาดของมือหุ่นยนต์นั้นไม่ใหญ่มาก แต่น้ำหนักตรงส่วนมือสูง และ โครงสร้างภายในนิ้วมีความซับซ้อน ดังนั้นงานวิจัย [5] จึงทำการพัฒนามือที่มีห้านิ้ว โดยใช้มอเตอร์อัลตราโซนิค (ultrasonic motor) เพื่อให้มือหุ่นยนต์มีขนาดเล็กลงใกล้เคียงกับขนาดของมือมนุษย์ มีน้ำหนักเบา และออกแรงให้กับนิ้วได้สูงกว่ามอเตอร์ชนิดอื่น เนื่องจากมือหุ่นยนต์ที่ได้รับการพัฒนาในปัจจุบันดังที่กล่าวมานั้นล้วนเป็นมือหุ่นยนต์ที่มีนิ้วจำนวนสี่และห้านิ้ว งานวิจัยเกี่ยวกับการจับและการจัดการวัตถุในมือหุ่นยนต์ส่วนใหญ่จึงศึกษาเฉพาะปัญหาที่ต้องการใช้ไม่เกินห้านิ้ว

2.2 นิ้วจับ

ถึงแม้ว่ามือที่ใช้จับวัตถุนั้นจะมีลักษณะเหมือนกัน แต่ถ้านิ้วที่ใช้จับมีคุณสมบัติที่แตกต่างกัน ก็จะทำให้ปัญหาของการจับวัตถุนั้นแตกต่างกันออกไปอย่างมาก จะเห็นได้จากเมื่อสังเกตการจับวัตถุของมนุษย์ที่ทำจับจะแตกต่างกันออกไปตามสภาพพื้นผิว ถ้าวัตถุที่ต้องการจะจับมีผิวที่หยาบวิธีคิดในการจับนั้นก็จะไม่เหมือนกับวัตถุที่มีผิวลื่นซึ่งจะต้องใช้ความระมัดระวังและท่าจับที่รัดกุมกว่าการจับวัตถุผิวหยาบ สำหรับหุ่นยนต์นั้น นิ้วที่ใช้จับก็มีลักษณะที่แตกต่างกันออกไปตามประเภทของงานที่จะนำไปใช้และการเทคนิคในกาออกแบบหุ่นยนต์ ประเภทของนิ้วจับที่มีผู้ศึกษากันก็จะมีอยู่ 3 ประเภทหลักๆ ได้แก่ นิ้วแบบแข็งที่ไม่สามารถออกแรงเสียดทานได้ (Hard finger without friction), นิ้วแบบแข็งที่สามารถออกแรงเสียดทานได้ (Hard finger with friction) และนิ้วแบบนิ่ม (Soft finger)



รูปที่ 3 ประเภทของนิ้วจับ (a) นิ้วแบบแข็งที่ไม่สามารถออกแรงเสียดทานได้ (Hard finger without friction) (b) นิ้วแบบแข็งที่สามารถออกแรงเสียดทานได้ (Hard finger with friction) (c) นิ้วแบบนิ่ม (Soft finger)

นิ้วแบบแข็งที่ไม่สามารถออกแรงเสียดทานได้เป็นลักษณะของนิ้วที่มีหน้าสัมผัสกับผิววัตถุเป็นจุด และระหว่างนิ้วและผิวสัมผัสไม่มีแรงเสียดทานกระทำต่อกัน ดังนั้นนิ้วลักษณะนี้จะสามารถออกแรงในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสเพียงแนวเดียว ส่วนนิ้วแบบแข็งที่สามารถออกแรงเสียดทานได้จะมีหน้าสัมผัสกับผิววัตถุเป็นจุด แต่ระหว่างนิ้วและผิวสัมผัสจะมีแรงเสียดทาน ทำให้แนวแรงที่ออกได้นั้นจะอยู่ในกรวยแรงเสียดทาน หรือพูดอีกนัยหนึ่งคือแรงที่ออกได้จะประกอบจากแรงที่นิ้วสามารถออกแรงได้ในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสเช่นเดียวกับกรณีนิ้วแบบแรก และบวกกับแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างนิ้วจับและผิวสัมผัส โดยระบบของแรงเสียดทานที่นิยมใช้กันก็คือระบบของ คูลอมบ์ (Coulomb's law) โดยที่แรงเสียดทานนั้นจะเกิดขึ้นในแนวระนาบของผิวสัมผัสและ

ขนาดของแรงเสียดทานเมื่อ ไม่มีการลื่นไถลของผิวสัมผัสจะไม่เกิน μF_N เมื่อ F_N เป็นแรงที่นิ้วออกในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส และ μ เป็นสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างนิ้วกับผิวสัมผัส แรงลัพธ์ที่ได้จึงเป็นแรงใดๆที่สามารถวางตัวอยู่ในแนวของกรวยแรงที่มีทำมุมไม่เกิน $\tan^{-1}(\mu)$ กับแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส ในกรณีของการจับใน 2 มิติ สามารถเขียนเป็นผลรวมของเวกเตอร์ 2 เส้นได้ และปัญหายังคงเป็นลักษณะของปัญหาเชิงเส้นที่แก้ได้ง่ายอยู่ แต่สำหรับกรณีการจับใน 3 มิติ ไม่สามารถเขียนผลรวมของแรงในรูปแบบปัญหาเชิงเส้นได้ ความซับซ้อนของปัญหาจึงไม่เป็นเชิงเส้นตามไปด้วย ทำให้ในหลายๆงานก็เลือกที่จะใช้วิธีประมาณกรวยแรงด้วยปริมาตรฐานหลายเหลี่ยมแต่ก็จะสูญเสียความแม่นยำเนื่องจากบริเวณที่สามารถนำมาใช้เป็นคำตอบของการจับถูกตัดออกไป ในกรณีที่ต้องการความแม่นยำเพิ่มมากขึ้น ก็สามารถเพิ่มจำนวนหน้าของรูปหลายเหลี่ยม เพราะว่าจำนวนหน้ายิ่งมากก็ยิ่งใกล้เคียงกับกรวยแรงมากขึ้น

สำหรับนิ้วแบบนิ่ม เป็นนิ้วที่มีหน้าสัมผัสกับวัตถุเป็นบริเวณ เหมือนกับนิ้วของมนุษย์เวลาจับวัตถุต่างๆ คุณสมบัติของนิ้วแบบนิ่มที่เพิ่มเติมมาจากนิ้วแบบแข็งก็คือ นิ้วแบบนิ่มสามารถสร้างแรงบีบรอบจุดจับได้ ทำให้การจับด้วยนิ้วประเภทนี้มีความซับซ้อนมากกว่าเพราะว่ามี degree of freedom มากกว่าการจับด้วยนิ้วแบบแข็งที่สามารถออกแรงเสียดทานได้

2.3 การจับ

หลังจากที่ทราบว่าเป็นโลกนี้มีมือจับอยู่หลายประเภทและรูปแบบของนิ้วอยู่หลายแบบ ปัญหาที่จะต้องสนใจต่อไปก็คือทำอย่างไรให้มือจับเหล่านี้สามารถจับของได้และจับได้อย่างมีประสิทธิภาพ การจับที่วางนิ้วลงไปทีจุดจับแล้วทำให้วัตถุไม่หลุดนั้นเป็นขั้นตอนแรกของการจับ ซึ่งก็คือจับให้วัตถุอยู่ในสภาพสมดุล (Equilibrium) ผลรวมของแรงที่กระทำกับวัตถุ (Force) และ แรงบิด (Torque) ทั้งหมดที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ ขั้นตอนถัดมาคือการจับที่สามารถทนต่อแรงรบกวนจากภายนอกได้ (Force closure) เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ นิ้วจะสามารถออกแรงเพื่อหักล้างแรงและแรงบิดที่มารบกวนการจับ ทำให้ผลรวมของแรงและแรงบิดทั้งหมดที่กระทำต่อวัตถุยังคงเป็นศูนย์อยู่เสมอ (เมื่อกำหนดให้นิ้วสามารถออกแรงที่มีขนาดใดๆ ได้ตามต้องการ) งานวิจัยเกี่ยวกับคุณสมบัติฟอร์ชโคลสเชอร์ที่ได้รับการอ้างอิงถึงมากที่สุดคือ [1] เป็นงานวิจัยเรื่องการจับวัตถุหลายเหลี่ยมด้วยนิ้วจำนวนสองนิ้วที่อยู่ในสภาพสมดุล และมีคุณสมบัติฟอร์ชโคลสเชอร์ โดยกำหนดให้นิ้วสัมผัสกับวัตถุเป็นจุดจับซึ่งมีความเสียดทาน งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการหาตำแหน่งของนิ้วสองนิ้วเพื่อให้การจับนั้นมีคุณสมบัติฟอร์ชโคลสเชอร์ นอกจากนี้ยังคำนึงถึงความผิดพลาดในการวางตำแหน่งของนิ้ว จึงทำการหาพื้นที่ที่นิ้วทั้งสองสามารถทำการจับวัตถุให้มีคุณสมบัติฟอร์ชโคลสเชอร์โดยที่ตำแหน่งของนิ้วมีอิสระต่อกันหากวางตัวอยู่ในพื้นที่ดังกล่าว พื้นที่นี้ถูกเรียกว่าบริเวณสัมผัสอิสระ (independent contact region) และทำการพิสูจน์ความมีประสิทธิภาพของการจับที่มีคุณสมบัติฟอร์ชโคลสเชอร์ด้วยหลักการยึดหดตัวของสปริง คุณสมบัติที่ใกล้เคียงกับคุณสมบัติฟอร์ชโคลสเชอร์คือ คุณสมบัติฟอร์มโคลสเชอร์ (form closure) ซึ่งความแตกต่างระหว่างคุณสมบัติฟอร์ชโคลสเชอร์และฟอร์มโคลสเชอร์คือ คุณสมบัติฟอร์ชโคลสเชอร์คำนึงถึงข้อกำหนดของแรง ในขณะที่คุณสมบัติฟอร์มโคลสเชอร์คำนึงถึงข้อกำหนดทางจลนศาสตร์เกี่ยวข้องกับการปิดกั้นการเคลื่อนไหว (immobilization) ของวัตถุ ต่อมาได้มีงานวิจัย

หนึ่ง [6] ทำการพิสูจน์ว่าการจับจะมีคุณสมบัติฟอร์ช โคลสเซอร์ก็ต่อเมื่อการจับนั้นมีคุณสมบัติฟอร์ม โคลสเซอร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติฟอร์ม โคลสเซอร์คือ [7] ส่วนสำคัญของงานวิจัยนี้คือการพิสูจน์ว่าสี่นิ้วและสิบสองนิ้วเพียงพอสำหรับการจับวัตถุใดๆ ในสองมิติและสามมิติตามลำดับ แต่ถ้าเป็นวัตถุหลายหน้า (polyhedron) ใช้นิ้วจับจำนวนเจ็ดนิ้วก็เพียงพอ นอกจากนี้ยังทำการพิสูจน์กรณีที่เป็นผิวสัมผัสมีความเสียดทาน โดยสรุปว่าสามนิ้วเพียงพอสำหรับการจับวัตถุในสองมิติ และสี่นิ้วเพียงพอสำหรับการจับวัตถุหลายหน้าในสามมิติ งานวิจัยที่ต่อเนื่องมาจาก [1] เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจับวัตถุหลายเหลี่ยมด้วยนิ้วจำนวนสามนิ้ว [8] กล่าวถึงลักษณะของการจับด้วยนิ้วจำนวนสามนิ้วเพื่อให้มีคุณสมบัติฟอร์ช โคลสเซอร์ และใช้การคำนวณเชิงเส้น (linear programming) เพื่อหาบริเวณสัมผัสอิสระที่กว้างที่สุด โดยงานวิจัยจากผู้เขียนเดียวกันนี้ [9] สนใจปัญหาการจับวัตถุหลายหน้า (polyhedron) ด้วยนิ้วจำนวนสามนิ้วและสี่นิ้ว งานวิจัยนี้แสดงถึงลักษณะการวางตัวของแนวแรงและตำแหน่งของนิ้วเพื่อให้การจับนั้นมีคุณสมบัติฟอร์ช โคลสเซอร์ โดยทำการกำจัดตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งของนิ้วด้วยการฉายโพลีโทป (polytope) ลงบนปริภูมิย่อย และทำการเลือกการจับที่ดีที่สุดด้วยการใช้ขนาดของบริเวณสัมผัสอิสระเป็นเกณฑ์ ซึ่งงานวิจัยนี้ต่อมาได้มีการวิจัยเพิ่มเติมคืองานวิจัย [10] เสนอวิธีการฉายโพลีโทปสองวิธีคือวิธีการกำจัดเกาส์เซียน (Gaussian elimination) และวิธีที่ใช้อัลกอริทึมคอนทัวร์แทรคกิง (contour-tracking) เพื่อลดความซับซ้อนในการใช้วิธีฉายโพลีโทป งานวิจัย [11] ได้เสนอวิธีหลีกเลี่ยงการฉายโพลีโทปด้วยการเปลี่ยนวิธีการแทนการจับจากตำแหน่งของนิ้วบนวัตถุเป็นการแทนการจับด้วยจุดโฟกัส (focus point) ตัวแปรทุกตัวของจุดโฟกัสมีความเกี่ยวข้องกับตำแหน่งจับโดยตรงจึงไม่ต้องทำการฉายโพลีโทปเพื่อกำจัดตัวแปร

2.4 บริเวณสัมผัสอิสระ

คนแรกที่ให้นิยามของบริเวณสัมผัสอิสระเอาไว้คือ Nguyen [1] ซึ่งบริเวณสัมผัสอิสระนั้นก็คือบริเวณที่ไม่ว่าจะวางจุดจับลงไป ณ จุดใดๆ ในบริเวณนั้นก็จะได้การจับที่เป็นฟอร์ช โคลสเซอร์เสมอ นอกจากนี้ Nguyen ยังได้เสนอวิธีสำหรับคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระโดยใช้เรขาคณิตสำหรับกรณีของการจับด้วยนิ้วสองนิ้ว เอาไว้อีกด้วย ในกรณีของวัตถุที่มีผิวโค้ง Blake [12] ก็ได้เสนอวิธีสำหรับแยกแยะการจับออกเป็นสองประเภทโดยแบ่งตามความฟังกซ์ชันของแรงเสียดทาน ประเภทแรกคือการจับที่ทำให้ค่าฟังกซ์ชันของแรงเสียดทานมีค่าน้อยที่สุด อีกประเภทหนึ่งคือการจับที่เกิดขึ้นตรงจุดกักกลับของฟังกซ์ชัน เมื่อไม่นานมานี้ Cornella และ Suarez ก็ได้เสนออัลกอริทึมสำหรับหาบริเวณสัมผัสอิสระในกรณีวัตถุสองมิติบนพื้นผิวแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete) [13] เอาไว้โดยการจับด้วยนิ้วจำนวนสี่นิ้ว จะต้องกำหนดตำแหน่งที่วางนิ้วจำนวนสองนิ้วเอาไว้ก่อนแล้วอัลกอริทึมนี้จะคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระของนิ้วอีกสองนิ้วที่เหลือให้ แต่วิธีนี้ก็มิใช่ข้อเสียอยู่ตรงการแบ่งบริเวณของผิวสัมผัสออกเป็นส่วนๆ ทำให้ผิวสัมผัสชิ้นที่มีบางส่วนเป็นคำตอบของการหาบริเวณสัมผัสอิสระนั้นจะไม่ถูกเลือกมารวมเป็นส่วนหนึ่งของคำตอบ วิธีนี้ก็ยังถูกนำไปประยุกต์ใช้กับการหาบริเวณสัมผัสอิสระของวัตถุที่ไม่เป็น โพลีกอน [14] โดยสำหรับวัตถุสามมิติ Pollard ก็ได้แสดงให้เห็นว่าถ้ามีจุดจับมากขึ้นก็จะได้การจับมีเสถียรภาพมากขึ้น ใน [15] ก็ได้มีการเสนออัลกอริทึมที่สามารถคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระได้อย่างรวดเร็วจากจุดจับที่กำหนดไว้ให้ และยังรักษาคุณสมบัติบางอย่างของทำจับที่ส่งให้อัลกอริทึมคำนวณได้อีกด้วย สำหรับวัตถุที่คำนวณพื้นที่ผิวแบบ

ไม่ต่อเนื่องและไม่มีแรงเสียดทาน Roa และ Suarez ก็ได้แสดงอัลกอริทึมเอาไว้สำหรับคำนวณหาการจับด้วยนิ้ว จำนวนเจ็ดนิ้วและยังรับรองได้ว่าความเสถียรของการจับจะเป็นไปตามที่ Ferrari และ Canny ได้เสนอเอาไว้ [16] (งานของนักวิจัยสองท่านนี้เป็นงานว่าด้วยการประเมินคุณค่าของการจับที่ได้การยอมรับอย่างกว้างขวาง) งานของ Cheng และ Stappen [17] เป็นงานที่คำนวณบริเวณสัมผัสอิสระบนวัตถุสามมิติที่มีคุณสมบัติเรกติลีนีร์ (Rectilinear) ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ทำให้การคำนวณแรงกระทำและแรงบิด สามารถแยกปัญหาออกมาเป็นปัญหาย่อย ในจำนวนมิติที่ลดลงจำนวนสองปัญหา และยังสามารถเปลี่ยนไปเป็นปัญหาที่แทนที่ด้วยการระบายสีและตรวจสอบการตัดกันของบริเวณแถบสี เพราะจะสามารถบอกได้จากการระบายสีว่าบริเวณนั้นเป็นบริเวณที่เป็นคำตอบของบริเวณสัมผัสอิสระหรือไม่

งานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นนั้น เป็นงานที่มุ่งหาบริเวณสัมผัสอิสระโดยไม่ได้สนใจว่าจะได้คำตอบเป็น บริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดหรือไม่ จึงจะกล่าวถึงกันต่อในงานวิจัยที่พยายามจะนิยามคำว่า “ดีที่สุด” เพราะว่าการที่ต้องการนำบริเวณสัมผัสอิสระไปประยุกต์ใช้นั้น มีค่อนข้างหลากหลาย ดังนั้นการนิยามคำว่า “ดีที่สุด” จึงขึ้นอยู่กับการใช้งานด้วย เป็นที่แน่นอนว่าบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดนั้น จะต้องเป็นบริเวณที่มีขนาดใหญ่เพื่อที่จะให้มี บริเวณสำหรับทนความผิดพลาดได้มากขึ้น ในแต่ละท่าจับด้วยนิ้วจำนวน n นิ้วก็จะต้องมีบริเวณสัมผัสอิสระ n บริเวณ บริเวณสัมผัสอิสระสำหรับบางจุดจับอาจจะมีความแตกต่างกันออกไป ซึ่งก็มีนิยามสำหรับ บริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดที่นิยมใช้กันหลักๆอยู่สองนิยาม ได้แก่

1. ท่าจับที่มีบริเวณสัมผัสอิสระที่มีขนาดเท่าๆกันที่ใหญ่ที่สุดสำหรับแต่ละจุดจับ ตัวอย่างเช่น การจับของนิ้ว 2 นิ้วบนวัตถุ 2 มิติที่มีบริเวณสัมผัสอิสระด้านละ 4 หน่วย จะถือว่าเป็นบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีกว่าการจับที่มีขนาดของบริเวณสัมผัสอิสระ ด้านละ 7 หน่วย และ 3 หน่วย เป็นต้น
2. ท่าจับที่มีผลคูณของบริเวณสัมผัสอิสระสำหรับแต่ละจุดจับที่มีค่ามากที่สุด ตัวอย่างเช่น การจับของนิ้ว 2 นิ้วบนวัตถุ 2 มิติที่มีบริเวณสัมผัสอิสระด้านละ 7 หน่วย และ 3 หน่วย จะถือว่าเป็นบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีกว่าการจับที่มีขนาดของบริเวณสัมผัส ด้านละ 4 หน่วย และ 5 หน่วย เป็นต้น

จากที่ได้กล่าวถึงงานของ Nguyen ไปในตอนต้นก็มีนักวิจัยสองท่านได้พบจุดผิดพลาดในงานของ Nguyen และนำเสนออัลกอริทึมที่ครบถ้วนถูกต้องแทน สองท่านนี้ได้แก่ Tung และ Kak [18] จากขั้นตอนของการหาบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดนั้น บริเวณสัมผัสที่กำลังพิจารณาจะถูกเปรียบเทียบกับบริเวณสัมผัสขนาดใหญ่ที่สุดที่เคยพบมาแล้ว และถ้าพบว่าบริเวณสัมผัสอิสระที่พิจารณาอยู่นั้นมีความกว้างของด้านสั้นกว่าก็ไม่จำเป็นต้องพิจารณาบริเวณสัมผัสอิสระนั้นๆ วิธีที่กล่าวมานี้ยังสามารถช่วยแปลงปัญหาไปเป็นกำหนดการเชิงเส้นตามที่ได้มีการแสดงไว้ใน [8] และ [10]

Cornella และ Suarez ได้แสดงวิธีสำหรับคำนวณบริเวณสัมผัสอิสระบนวัตถุสองมิติโดยไม่จำกัดจุดจับ และคำนวณได้ทั้งในกรณีที่มีการจับมีแรงเสียดทานและไม่มีแรงเสียดทานเอาไว้ใน [19] ทั้งสองท่านได้เสนอ

เงื่อนไขสำหรับการจับที่ทำให้เกิดฟอร์ชโครสเซอร์สามารถทำได้ด้วยนิ้วที่ไม่สามารถออกแรงเสียดทาน จำนวนสี่นิ้วหรือนิ้วที่สามารถออกแรงเสียดทานจำนวนสองนิ้วและใช้นิ้วที่เหลือที่เสนอมาหาคำตอบของท่าจับ ในกรณีนี้ที่สามารถออกแรงเสียดทานสองนิ้วจะสามารถแบ่งกลุ่มของจุดจับออกเป็นกลุ่มๆ และสำหรับกรณีนี้ที่ไม่สามารถออกแรงเสียดทานจำนวนสี่นิ้วก็จะแยกกลุ่มท่าจับที่เข้าซ้อนกันออกเป็นท่าจับที่ไม่เข้าซ้อนกัน โดยดูจาก เวนซ์ของการจับที่สามารถรับประกันว่าการจับจะทำให้เกิดฟอร์ชโครสเซอร์ การคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระ จะมาจากแต่ละกลุ่มของท่าจับที่ได้แบ่งเอาไว้แล้วโดยใช้กำหนดการเชิงเส้น ทั้งสองท่านนี้ยังได้แสดงการใช้วิธี ที่เสนอมาคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระไว้ใน [20] และยังได้พัฒนาต่อโดยคำนวณด้วยวิธีเชิงเรขาคณิตในการ อธิบายการจับและแบ่งท่าจับออกเป็นกลุ่มที่ไม่เข้าซ้อนกันและใช้บริเวณของการตัดกันของกรวยแรงมาเป็น ตัวกำหนดบริเวณที่จะทำการค้นหาจุดจับที่สามารถรวมเข้าเป็นส่วนหนึ่งของคำตอบได้ [21] งานอีกชิ้นในเรื่อง บริเวณสัมผัสอิสระที่จะขอกำลังถึงกิจงานของ Faverjon และ Ponce [22] จากพฤติกรรมของการคำนวณหาบริเวณ สัมผัสอิสระที่ใช้วิธีคำนวณโดยการแยกคิดคำตอบเป็นส่วนๆตามแต่ละจุดจับที่เป็นไปได้แล้วรวมคำตอบย่อยๆที่ ได้เข้าด้วยกันเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด ทั้งสองท่านนี้ได้เสนอวิธีการจัดการในส่วนการรวมคำตอบสำหรับปัญหาการจับ วัตถุที่มีผิวโค้งโดยใช้นิ้วจับสองนิ้วแต่ก็ไม่รับรองว่าคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดเสมอ

3. ความรู้พื้นฐาน

3.1 มือจับและลักษณะของจุดจับ

เนื่องจากศาสตร์ทางด้านหุ่นยนต์ยังเป็นศาสตร์ที่อยู่ในช่วงการพัฒนาและกำลังเติบโต มือของหุ่นยนต์ก็ เป็นส่วนประกอบหลักอย่างหนึ่งที่กำลังได้รับความสนใจในแวดวงวิชาการตามที่ได้กล่าวไปในส่วนที่สองของ โครงร่างวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ซึ่งจะเห็นได้ว่ายังไม่มือนิ้วของหุ่นยนต์ที่ได้รับการยอมรับอย่างเป็นทางการเป็นสากล มือกลแต่ละ แบบนั้นก็ได้นำไปใช้ในแวดวงอุตสาหกรรมหรืองานวิจัยที่เกี่ยวข้องและเหมาะสมกับตัวของมือกลเอง ต่อไปนี้ ก็จะขอกำลังถึงมือกลที่ได้รับความนิยมสูงโดยย่ออีกรอบหนึ่ง เริ่มจากมือกลที่ง่ายที่สุด ซึ่งก็คือมือจับจำพวก Gripper ซึ่งประกอบด้วยแผ่นสำหรับจับจำนวนสองแผ่นที่สามารถเลื่อนเข้ามาประกบกันเพื่อใช้จับได้แต่ก็มีข้อเสีย ในเรื่องที่ไม่สามารถใช้ได้ไม่ติดกับวัตถุที่จับซ้อน, มือกล Barrett Hand จากบริษัท Barrett Technology ซึ่งมีนิ้วจำนวน สามนิ้ว, DLR-Hand ที่ได้รับการออกแบบจาก ศูนย์อวกาศของเยอรมัน มีนิ้วจับสี่นิ้ว ขนาดมือใหญ่กว่ามนุษย์ ก่อนข้างมาก, Robonaut Hand ได้รับการออกแบบจาก NASA มีนิ้วจับห้านิ้วขนาดที่ใหญ่กว่ามือมนุษย์เช่นเดียวกัน แต่จะดูเหมือนมือมนุษย์มากกว่ามือ DLR

ในเรื่องประเภทของจุดจับนั้นจะทำการศึกษาลักษณะของจุดจับสามประเภทตามที่ได้กล่าวไปในตอนต้น แล้ว ได้แก่นิ้วแบบแข็งที่ไม่สามารถออกแรงเสียดทานได้ (Hard finger without friction), นิ้วแบบแข็งที่สามารถ ออกแรงเสียดทานได้ (Hard finger with friction) และนิ้วแบบนุ่ม (Soft finger) โดยจะเริ่มจากความรู้พื้นฐานเรื่อง แรงเสียดทานกันก่อน ซึ่งจะใช้แรงเสียดทานตามกฎของคูลอมบ์ ที่ได้ให้นิยามเอาไว้ว่าถ้าออกแรงในแนวตั้งฉาก

กับผิวสัมผัสขนาด F_N แรงเสียดทานที่ได้จะมีขนาดน้อยกว่าหรือเท่ากับ $f = \mu F_N$ เมื่อ μ เป็นสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน สมการความสัมพันธ์นี้ชี้ให้เห็นว่า สามารถออกแรงต่อวัตถุที่จุดจับระหว่างนิ้วกับวัตถุได้ในแนวกรวยที่ครึ่งหนึ่งของยอดกรวยทำมุมน้อยกว่าหรือเท่ากับ $\tan^{-1}(\mu)$ โดยที่ยอดกรวยอยู่ที่จุดจับระหว่างนิ้วกับวัตถุและแนวแกนของกรวยอยู่ในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส และโดยทั่วไปจะเรียกรวยนี้ว่ากรวยแรงเสียดทาน (Friction Cone) กรวยแรงเสียดทานในสองมิตินั้นสามารถเขียนเป็นผลรวมของเวกเตอร์สองตัวได้ แต่ในสามมิติไม่สามารถที่จะเขียนเป็นผลรวมของเวกเตอร์หรืออธิบายด้วยสมการเชิงเส้นได้ทำให้การคำนวณไม่เป็นปัญหาเชิงเส้นซึ่งคำนวณได้ยาก เลยมีวิธีการจัดการกับปัญหานี้โดยใช้การแทนที่กรวยแรงเสียดทานด้วยปริมาตรฐานหลายเหลี่ยมโดยจำนวนเหลี่ยมที่ใช้ประมาณนั้น ถ้ายังใช้จำนวนมากก็ยิ่งได้ความแม่นยำมากแต่ก็จะเพิ่มเวลาในการคำนวณด้วยเช่นกัน ทั้งนี้การเลือกจำนวนเหลี่ยมสำหรับประมาณก็จะขึ้นอยู่กับความแม่นยำที่ต้องการใช้งานและความเร็วที่ต้องการในขั้นการคำนวณ

3.2 นิยามของการจับ

ในการศึกษาหลักการของการจับนั้น ก็มีทั้งผู้ที่มองจากมุมมองของเรขาคณิตหรือจากมุมมองของทางกลศาสตร์ โดยทั่วไปก็มักจะพิจารณาจากเรื่องสมดุล, ฟอर्मโคลสเชอร์ (Form Closure) และ ฟอर्सโคลสเชอร์ (Force Closure) การจับจะอยู่ในสภาพสมดุลก็ต่อเมื่อแรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุเป็นศูนย์และผลรวมของแรงบิดที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์เช่นกัน ฟอर्सโคลสเชอร์คือการจับที่นิ้วจับสามารถออกแรงต้านกับแรงภายนอกใดๆที่กระทำต่อวัตถุเพื่อให้วัตถุสามารถอยู่ในสมดุลได้เสมอ ส่วนฟอर्मโคลสเชอร์นั้น ก็เป็นเรื่องที่ใกล้เคียงกับฟอर्सโคลสเชอร์และมีผู้นำไปใช้ผิออยู่บ่อยครั้ง กล่าวโดยคร่าวๆ ฟอर्मโคลสเชอร์เป็นเรื่องที่ว่าด้วยการทำให้วัตถุไม่สามารถเคลื่อนที่ได้เพราะว่าจุดจับ(ที่เป็นฟอर्मโคลสเชอร์)ได้ขวางการเคลื่อนที่ของวัตถุขึ้นนั้นๆเอาไว้แล้ว ฟอर्मโคลสเชอร์นั้นจะพิจารณาในเชิงเรขาคณิตโดยไม่ได้คิดถึงประเภทของจุดจับ ซึ่งต่างกับฟอर्सโคลสเชอร์ที่ประเภทของจุดจับที่ต่างกันสามารถทำให้วิธีการพิจารณาต่างกันออกไปในแต่ละประเภทของจุดจับ ฟอर्सโคลสเชอร์นั้นสามารถเทียบเคียงได้กับฟอर्मโคลสเชอร์ในกรณีที่มีการจับเป็นการจับที่ไม่มีแรงเสียดทาน ฟอर्मโคลสเชอร์นั้นเปรียบได้กับซูเปอร์เซต (Super Set) ของฟอर्सโคลสเชอร์ เนื่องจากการจับใดที่เป็นฟอर्मโคลสเชอร์แล้วการจับนั้นก็จะเป็ฟอर्सโคลสเชอร์ด้วยเสมอ นี่ก็เป็นสาเหตุหลักที่มักจะมีการใช้ฟอर्मโคลสเชอร์สลับกับฟอर्सโคลสเชอร์ในงานเขียนต่างๆ โดยเฉพาะกรณีการจับที่ไม่มีแรงเสียดทาน แต่แรงเสียดทานนี้เองที่เป็นตัวที่ทำให้ฟอर्मโคลสเชอร์แตกต่างกับฟอर्सโคลสเชอร์ เพราะการคำนวณฟอर्सโคลสเชอร์จะสนใจเรื่องแรงเสียดทานแต่ฟอर्मโคลสเชอร์นั้นไม่สนใจเรื่องแรงเสียดทานเลย

สมดุล, ฟอर्मโคลสเชอร์ และ ฟอर्सโคลสเชอร์ เป็นเรื่องของการศึกษาที่เกี่ยวกับท่าจับเท่านั้น ไม่ได้มีการคำนึงถึงคุณสมบัติอื่นๆของวัตถุที่โดนจับเลย (เช่น จุดศูนย์กลางถ่วง, น้ำหนักของวัตถุ, ฯลฯ) จะพิจารณาที่แค่จุดจับและแนวแรงที่กระทำได้

3.3 ฟอรัซโคลสเซอร์

ก่อนจะกล่าวถึงฟอรัซโคลสเซอร์จะขอกล่าวถึงเวรนซ์ (wrench) ก่อน เวรนซ์คือการอธิบายแรงและแรงบิดในรูปของเวกเตอร์โดยการนำเวกเตอร์ของแรงและแรงบิดมาต่อกัน เช่น แรงในสองมิติจะทำให้เกิดแรงบิด ซึ่งเป็นเวกเตอร์ขนาดหนึ่งมิติ (แรงบิดทวนเข็มนาฬิกาและทิศตามเข็มนาฬิกา) ดังนั้นจะเขียนแรงและโมเมนต์ของแรงนี้ในรูปของเวรนซ์ได้โดยเวรนซ์จะเป็นเวกเตอร์ในสามมิติ กรณีของแรงในสามมิติแรงบิดของแรงนั้นจะเป็นเวกเตอร์ในสามมิติเช่นกัน จึงสามารถเขียนเวรนซ์ของแรงนี้ได้โดยเป็นเวกเตอร์ในหกมิติ โดยทั่วไปจะนิยามเวรนซ์เป็น $w = (f, t)$ โดยที่ w คือเวรนซ์ f คือแรง (force) และ t คือแรงบิด (torque) การรวมแรงและแรงบิดเข้าเป็นเวรนซ์นั้นทำให้ง่ายสำหรับการพิจารณาฟอรัซโคลสเซอร์

การพิจารณาสมดุลในมุมมองของเวรนซ์ ก็จะคล้ายกับการพิจารณาในมุมมองของแรงและแรงบิด อย่างที่ทราบกันว่า การจับจะอยู่ในสมดุลก็ต่อเมื่อแรงลัพธ์เป็นศูนย์และผลรวมของแรงบิดเป็นศูนย์ เมื่อเวรนซ์คือเวกเตอร์ของแรงและแรงบิดมาเขียนต่อกัน ดังนั้นถ้าผลรวมของเวรนซ์เป็นศูนย์ วัตถุนั้นก็อยู่ในสมดุลไปโดยปริยาย

ทฤษฎีบทที่ 1 ให้ w_1, w_2, \dots, w_n เป็นเวรนซ์ที่กระทำกับวัตถุ สามารถกล่าวได้ว่าวัตถุอยู่ในสมดุลก็ต่อเมื่อ $\sum w = 0$

ตามนิยามของฟอรัซโคลสเซอร์ ที่กล่าวไว้ว่าเป็นการจับที่สามารถออกแรงต้านแรงกระทำใดๆจากภายนอกได้นั้น โดยทั่วไปจะคำนึงถึงแต่ทิศทางของเวรนซ์และสมมติว่าวัตถุที่จับเป็นวัตถุแข็งเกร็ง ไม่มีการเปลี่ยนรูปทรงเมื่อถูกแรงกระทำและสามารถทนแรงกระทำได้ไม่จำกัด จึงไม่สนใจขนาดของเวรนซ์ (แรงเปลี่ยนขนาดของเวรนซ์ก็เปลี่ยนตาม) การคำนวณฟอรัซโคลสเซอร์จึงใช้แต่ทิศทางของเวรนซ์มาคำนวณเท่านั้น

นิยามที่ 1 สเปนทางบวก (Positively Span) ใน n มิติใดๆ จะกล่าวว่า เวกเตอร์ w_1, w_2, \dots, w_n สเปนทางบวก R_n ก็ต่อเมื่อสามารถเขียนเวกเตอร์ใดๆใน R_n อยู่ในรูปผลรวมที่เป็นบวกของ w_1, w_2, \dots, w_n ได้เสมอ

เรื่องสเปนทางบวกนั้นสามารถอธิบายได้ด้วยคอนเวกซ์ฮัลล์ (Convex Hull) ถ้าสร้างคอนเวกซ์ฮัลล์จากเวรนซ์ของจุดจับแล้วจุดกำเนิด (origin) อยู่ในคอนเวกซ์ฮัลล์อันนั้น ก็จะสามารถสรุปได้ว่าการเวรนซ์จากจุดจับนั้นทำให้เกิดฟอรัซโคลสเซอร์

ทฤษฎีบทที่ 2 กลุ่มของเวรนซ์ w ใน R_n ทำให้เกิดฟอรัซโคลสเซอร์ก็ต่อเมื่อจุดกำเนิดอยู่ภายในคอนเวกซ์ฮัลล์ของ w

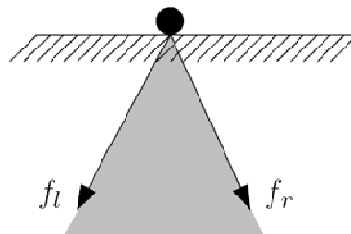
เมื่อได้อธิบายถึงเวรณซ์ไปแล้ว ต่อมาก็จะขอยุถึงเวรณซ์ที่เกิดจากจุดจับ อย่างที่ทราบกันดีว่านิ้วของมือกลเป็น
 สิ่งที่ใช้ในการจับ โดยออกแรงกระทำกับวัตถุที่จุดจับและเกิดเวรณซ์ขึ้นแล้วแต่ประเภทของจุดจับ ถ้าเป็นจุดจับ
 ประเภทที่ไม่มีแรงเสียดทานก็จะเกิดเวรณซ์ได้แนวเดียว ถ้าเป็นจุดจับที่มีแรงเสียดทานก็จะสามารถสร้างกลุ่มของ
 เวรณซ์ได้ตามที่สร้างจากกรวยแรงและแรงบิดที่เกิดจากแรงในกรวยแรง ถ้าออกแรงขนาด f ที่จุด p ก็จะได้เวรณซ์
 เท่ากับ

$$w = (f, p \times f + \tau) \tag{1}$$

โดยที่ τ เป็นแรงบิดที่สร้างขึ้นได้จากกรณีนิ้วแบบนึ่มซึ่งสามารถสร้างแรงบิดที่ผิวสัมผัสระหว่างนิ้วและวัตถุ ถ้า
 ให้ θ เป็นมุมครึ่งหนึ่งของมุมยอดของกรวยแรงสามารถเขียน เวรณซ์ได้เป็น

$$w = \{(f, p \times f + \tau) | f \cdot \hat{n} \leq \cos(\theta)\} \tag{2}$$

เป็นในกรณีของการจับบนสองมิติ จะเห็นได้ว่ากรวยแรงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์สองตัวได้เสมอ (f
 และ f_r) ซึ่งก็คือเวกเตอร์ที่เป็นขอบซ้ายและขอบขวาของกรวยแรงตามรูปที่ 2



รูปที่ 4 กรวยแรงเสียดทานในสองมิติ

แต่ในกรณีของสามมิติจะมีเวกเตอร์จำนวนนับไม่ถ้วนที่ต้องใช้เพื่ออธิบายกรวยแรง การที่ใช้การประมาณปริมาตร
 ฐาน n เหลี่ยมก็จะสามารถอธิบายกรวยแรงได้ด้วยเวกเตอร์ n เวกเตอร์ (และอธิบายเวรณซ์ของกรวยแรงนี้ได้ด้วย
 เวกเตอร์ n เวกเตอร์เช่นกัน) เมื่อต้องการจะคำนวณฟอร์ชโคลสเซอร์นั้น สำหรับจุดจับใดๆ ไม่จำเป็นต้องใช้ขนาด
 ของเวรณซ์ในการคำนวณจึงจะทำการเปลี่ยนขนาดของเวรณซ์ให้เป็นเวกเตอร์ขนาดหนึ่งหน่วยและเรียกเวรณซ์นี้
 ว่าเวรณซ์มูลฐาน (primitive contact wrench) สำหรับการจับที่มีจุดจับ n จุด ณ ตำแหน่ง c_1, c_2, \dots, c_n และ W_i เป็น
 กลุ่มของเวรณซ์มูลฐานที่เป็นไปได้ที่จุดจับ c_i

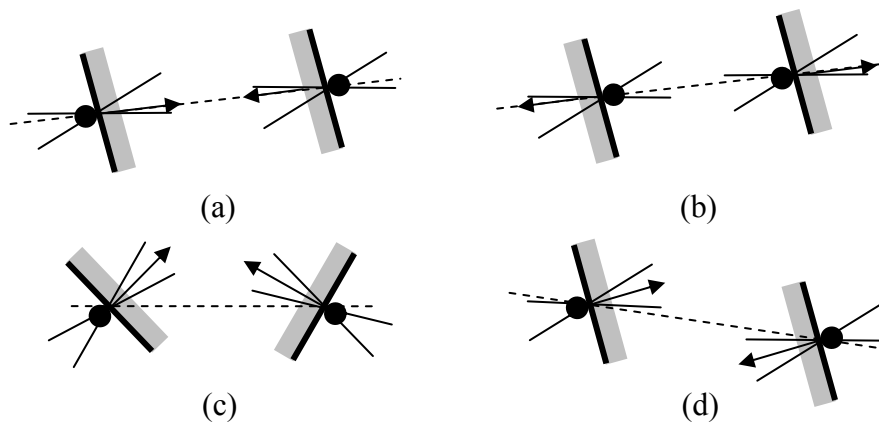
ทฤษฎีบทที่ 3 (การจับที่เป็นฟอร์ชโคลสเซอร์) การจับที่มีจุดจับ n จุดจะเป็นการจับที่เป็นฟอร์ชโคลส
 เซอร์ก็ต่อเมื่อ เวรณซ์มูลฐาน W_1, W_2, \dots, W_n เป็นฟอร์ชโคลสเซอร์

ถ้าเลือกจุดกำเนิดต่างออกไปจากจุดเดิม ก็แน่นอนว่าเวรณซ์ที่ได้นั้นจะเปลี่ยนแปลงตามไปด้วยเนื่องจากแรงบิดที่เปลี่ยนไป แต่อย่างไรก็ตามคุณสมบัติฟอร์ซ โคลสเชอร์นั้นเป็นสมบัติที่ไม่เปลี่ยนไปตามจุดกำเนิดที่เลือก แรงเสียดทานเป็นสิ่งที่มีความหมายอย่างมากในการคำนวณฟอร์ซ โคลสเชอร์ ในสองมิติ Nguyen ก็ได้แสดงวิธีสำหรับคำนวณการจับด้วยนิ้วที่มีแรงเสียดทานสองนิ้วแบบที่เรียกว่า non-marginal equilibrium ส่วน Ponce และ Faverjon ก็ได้พิสูจน์โดยใช้หลักการเดียวกันสำหรับกรณีการจับด้วยนิ้วสามนิ้ว [8] และได้แสดงให้เห็นว่าสามารถใช้กับกรณีการจับบนสามมิติด้วย [10] non-marginal equilibrium คือการจับที่อยู่ในสมดุลโดยที่แรงไม่ได้อยู่ที่สุดริมขอบของกรวยแรงหรือเทียบได้กับการเปลี่ยนเครื่องหมาย \leq เป็น $<$ ในสมการที่ 2

ทฤษฎีบทต่อไปนี้นำมาจาก [1] ซึ่งกล่าวถึงลักษณะของการจับด้วยนิ้วจำนวน 2 นิ้วเพื่อให้อยู่ในสภาพสมดุลของการจับ

ทฤษฎีบทที่ 4 เงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอสำหรับจุดจับสองจุดเพื่อให้เกิดการจับที่อยู่ในสภาพสมดุลคือ เวกเตอร์ทั้งสองที่ตั้งฉากกับด้านที่สัมผัสและมีทิศทางพุ่งเข้าหาเนื้องัดตุ่มกันอยู่ในช่วง $(\pi - 2\theta, \pi + 2\theta)$ และเส้นเชื่อมระหว่างจุดจับสองจุดนั้นวางตัวอย่างเคร่งครัดอยู่ในกรวยเสียดทานสองด้านทั้งสองกรวย

ตัวอย่างของการจับด้วยนิ้วสองนิ้วซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ 4 แสดงดังรูปที่ 5(a) และรูปที่ 5(b) แต่การจับดังรูปที่ 5(c) ไม่เป็นการจับที่อยู่ในสภาพสมดุลเพราะเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับด้านที่สัมผัสกับนิ้วทั้งสองทำมุมกันอยู่นอกช่วง $(\pi - 2\theta, \pi + 2\theta)$ และเส้นเชื่อมระหว่างจุดจับทั้งสองจุดไม่วางตัวอย่างเคร่งครัดอยู่ในกรวยเสียดทานสองด้าน และการจับดังรูปที่ 5(d) ไม่เป็นการจับที่อยู่ในสภาพสมดุลเนื่องจากเส้นเชื่อมระหว่างจุดจับทั้งสองจุดไม่วางตัวอย่างเคร่งครัดอยู่ในกรวยเสียดทานสองด้าน ถึงแม้เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับด้านที่สัมผัสกับนิ้วทั้งสองทำมุมกันอยู่ในช่วง $(\pi - 2\theta, \pi + 2\theta)$ ก็ตาม

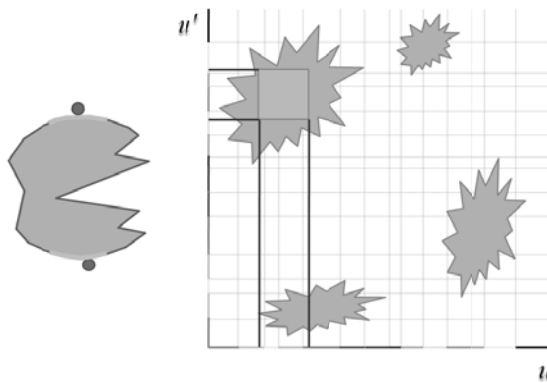


รูปที่ 5 การจับด้วยนิ้วจำนวนสองนิ้ว : ลูกศรแสดงถึงแรงที่นิ้วกระทำกับวัตถุซึ่งวางตัวอย่างเคร่งครัดอยู่ในกรวยเสียดทานสองด้าน เส้นประคือเส้นเชื่อมระหว่างจุดจับทั้งสองจุด

สำหรับการจับด้วยนิ้วแบบนี้มีจำนวนสองนิ้วบนวัตถุสามมิตินั้น สามารถใช้ทฤษฎีบทที่ 4 ในการคำนวณว่าการจับเป็นฟอร์ซ โคลสเซอร์หรือไม่ โดยพิจารณาจากเส้นเชื่อมระหว่างจุดจับทั้งสองจุดวางตัวอยู่ในกรวยแรงเสียดทานของทั้งสองค้ำ แต่ถ้เป็นการจับด้วยนิ้วแบบแข็งที่มีแรงเสียดทาน วัตถุจะสามารถต้านแรงกระทำใดๆจากภายนอกได้แต่ยังสามารถหมุนรอบเส้นเชื่อมระหว่างจุดจับทั้งสอง แต่ถ้าเปลี่ยนเป็นการจับด้วยนิ้วมีจำนวนสองนิ้วซึ่งสามารถออกแรงบิดได้ การจับด้วยนิ้วมีจำนวนสองนิ้วก็จะเป็นฟอร์ซ โคลสเซอร์เพราะสามารถต้านทานแรงและแรงบิดใดๆจากภายนอกได้เสมอ

4. แนวคิดของการวิจัยและวิธีดำเนินงาน

เป้าหมายหลักของงานวิจัยนี้จะมีที่จะพัฒนาอัลกอริทึมสำหรับคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดของการจับด้วยนิ้วแบบนี้มีจำนวนสองนิ้วบนวัตถุสามมิติและสองมิติ แนวคิดของอัลกอริทึมที่คาดว่าจะพัฒนานี้จะคลี่เส้นขอบของวัตถุสองมิติออกเป็นเส้นตรงและใช้เส้นตรงที่เกิดจากการคลี่มาใช้เป็นแกน X และแกน Y ดังนั้นจุดในปริภูมิสองมิติ (x_i, y_i) ใดๆจะเป็นตัวแทนของการจับที่นิ้วหนึ่งวางที่ตำแหน่ง x_i และอีกนิ้วหนึ่งวางที่ตำแหน่ง y_i หลังจากนั้นจะคำนวณหาบริเวณที่สามารถจับวัตถุได้สำหรับทุกๆค้ำและคำนวณหาสี่เหลี่ยมจตุรัสที่ใหญ่ที่สุดในสองมิติที่สามารถวางตัวอยู่ในบริเวณที่สามารถจับวัตถุได้โดยพิจารณาคุณสมบัติฟอร์ซ โคลสเซอร์เป็นเกณฑ์คำตอบที่ออกมาแล้วจะเป็นไปตามนิยามของบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุด โดยมีด้านกว้างและด้านยาวของสี่เหลี่ยมขนาดเท่ากัน และด้านกว้างและด้านยาวที่คำนวณได้นี้จะเป็นตัวแทนบริเวณสัมผัสอิสระบนวัตถุที่ทำการคำนวณอยู่



รูปที่ 6 ภาพแสดงความสัมพันธ์ระหว่างบริเวณสัมผัสอิสระบนวัตถุกับบริเวณสัมผัสอิสระบนมิติที่ใช้สำหรับหาคำตอบ

จากแนวคิดดังกล่าว ถ้าสามารถหาระบบพิกัดที่สามารถแปลงผิวสัมผัสของวัตถุในสามมิติลงบนระนาบสองมิติได้ ปัญหาบริเวณสัมผัสอิสระของการจับด้วยนิ้วมีจำนวนสองนิ้วก็จะถูกเปลี่ยนเป็นการคำนวณหาลูกบาศก์ขนาดใหญ่ที่สุดในสี่มิติซึ่งอยู่ในบริเวณที่สามารถจับวัตถุได้ โดยที่ปัญหาดังกล่าวสามารถแก้ได้โดยคำนวณหาแผนภาพโวโรนอย (Voronoi diagram) ในสี่มิติของบริเวณที่สามารถจับวัตถุได้

ปัญหาที่จะต้องหาวิธีแก้ไขจึงมีอยู่สองส่วน คือ การหาระบบพิกัดที่สามารถแปลงผิวสัมผัสของวัตถุในสามมิติลงบนระนาบสองมิติได้โดยไม่ทำให้การวัดระยะบิดเบี้ยวไปจากเดิมเพราะจะทำให้การวัดขนาดของบริเวณสัมผัสอิสระไม่สามารถเปรียบเทียบกันได้ ระบบพิกัดที่เหมาะสมกับปัญหานี้ต้องสามารถรักษาความต่อเนื่องระหว่างผิววัตถุเพื่อให้การหาบริเวณสัมผัสอิสระที่ข้ามด้านของวัตถุสามารถทำได้

ส่วนที่สองคือการหาแผนภาพไวโรนอยในระบบพิกัดที่จะแปลงผิวสัมผัสของวัตถุไปยังระบบพิกัดนั้น เนื่องจากอัลกอริทึมสำหรับคำนวณหาแผนภาพไวโรนอยในสี่มิติสามารถคำนวณได้เฉพาะระบบพิกัดยูคลิด ดังนั้นการคำนวณหาแผนภาพไวโรนอยในระบบพิกัดที่จะใช้จึงต้องหาอัลกอริทึมสำหรับคำนวณแผนภาพไวโรนอยสำหรับระบบพิกัดนั้นด้วย

4.1 สิ่งที่ได้ทำไปแล้ว

1. ศึกษางานวิจัยเกี่ยวข้องกับการจับวัตถุหลายเหลี่ยม
2. ศึกษางานวิจัยเกี่ยวข้องกับการหาบริเวณสัมผัสอิสระ
3. ศึกษาเรื่อง geometry และ topology
4. review paper เกี่ยวกับ grasping และ independent contact region

4.2 สิ่งที่ต้องทำต่อ

1. พัฒนาอัลกอริทึมสำหรับคำนวณหาสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ใหญ่ที่สุดที่อยู่ในบริเวณที่สามารถจับวัตถุได้ในกรณีการจับด้วยนิ้วสองนิ้วในสองมิติ
2. หาวิธีแปลงระบบพิกัดบนผิวของวัตถุหลายเหลี่ยมใน 3 มิติไปยังระบบพิกัดที่สามารถคำนวณได้ง่าย
3. พัฒนาอัลกอริทึมสำหรับคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระบนระบบพิกัดที่ได้แปลงไปแล้ว
4. วิเคราะห์และสรุปผลการทดลอง
5. เรียบเรียงวิทยานิพนธ์

5. จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์

เพื่อพัฒนาอัลกอริทึมสำหรับคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดของวัตถุหลายเหลี่ยมใดๆในสองมิติด้วยนิ้วแบบแข็งที่มีแรงเสียดทานจำนวนสองนิ้ว และคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระที่ดีที่สุดของวัตถุหลายเหลี่ยมใดๆในสามมิติด้วยนิ้วแบบนี้ (soft finger) จำนวนสองนิ้ว

6. รายการอ้างอิง

- [1] V-D. Nguyen. Construction force-closure grasps. *International Journal of Robotics Research* 3(June 1988): 3-16.
- [2] S. Jacobsen, E. Iversen, D. Knutti, R. Johnson, and K. Bigger. Design of the Utah/MIT Dextrous Hand. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 96-102, 1986.
- [3] C.S. Lovchik and M.A. Diftler. 1999. The Robonaut hand: a dexterous robot hand for space. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 907-912, 1999.
- [4] J. Butterfass, M. Grebenstein, H. Liu, and G. Hirzinger. DLR-Hand II: Next Generation of a Dextrous Robot Hand. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Seoul, 2001.
- [5] I. Yamano, K. Takemura, and T. Maeno. Development of a Robot Finger for Five-fingered Hand using Ultrasonic Motors. *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, 2003.
- [6] Elon Rimon and Joel Burdick. On Force and Form Closure For Multiple Finger Grasps. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1795-1800, April 1996.
- [7] X. Markenscoff, L. Ni, and C.H. Papadimitriou. The Geometry of Grasping. *International Journal of Robotics Research* 1(February 1990):61-74.
- [8] J. Ponce and B. Faverjon. On computing three-finger force-closure grasps of polygonal objects. *IEEE Transaction on Robotics and Automation* 6(December 1995):868-881.
- [9] J. Ponce, S. Sullivan, J.-D. Boissonnat, and J.-P. Merlet. On characterizing and computing three- and four-finger force-closure grasps of polyhedral objects. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 821-827, May 1993.
- [10] J. Ponce, S. Sullivan, A. Sudsang, J-D. Boissonnat, and J-P. Merlet. On computing four-finger equilibrium and force-closure grasps of polyhedral objects. *International Journal of Robotics Research* 1(February 1997):11-35.
- [11] A. Sudsang and J. Ponce. New techniques for computing four-finger force-closure grasps of polyhedral objects. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 1995.
- [12] A. Blake, "A symmetry theory of planar grasp," *International Journal of Robotics Research*, vol. 14, no. 5, pp. 425-444, 1995.
- [13] J. Cornella and R. Suarez, "Determining independent grasp regions on 2d discrete objects," in *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, 2005.
- [14] J. Cornella and R. Suarez, "On computing form-closure grasps/fixtures for nonpolygonal objects," in *Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, 2005.

- [15] N. S. Pollard, "Closure and quality equivalence for efficient synthesis of grasps from examples," *International Journal of Robotics Research*, vol. 23, no. 6, pp. 595–614, June 2004.
- [16] C. Ferrari and J. Canny, "Planning optimal grasps," in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Nice, France, June 1992, pp. 2290–2295.
- [17] J.-S. Cheong and A. F. van der Stappen, "Computing all independent form-closure grasp regions of a rectilinear polyhedron," in *IEEE Conference on Automation Science and Engineering*, 2007.
- [18] C. P. Tung and A. C. Kak, "Fast construction of force-closure grasps," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 4, p. 615626, 1996.
- [19] J. Cornella and R. Suarez, "Computation of force-closure independent regions through grasp decomposition," in *Intelligent Manipulation and Grasping International Conference*, 2004.
- [20] J. Cornella and R. Suarez, "Fast and flexible determination of force-closure independent regions to grasp polygonal objects," in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 2005.
- [21] J. Cornella and R. Suarez, "A new framework for planning three-finger grasps of 2d irregular objects," in *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, 2006.
- [22] B. Faverjon and J. Ponce, "On computing two-finger force-closure grasps of curved 2D objects," in *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, April 1991, pp. 424–429.